

1. Dos jugadors,  $A$  i  $B$  tenen una moneda cadascun. La moneda del jugador  $A$  té probabilitat  $p_1$  de treure cara mentres que per la del jugador  $B$  aquesta probabilitat val  $p_2$ . Els jugadors fan un joc consistent en tirar alternativament la seva moneda començant per  $A$ . Guanya el primer que treu cara.

Quina relació ha d'haber entre  $p_1$  i  $p_2$  per tal que el joc sigui just?

2. En un concurs s'encen una bombeta en un instant aleatori  $X$  exponencial de valor mitjà 1. El concursant fa una aposta prèvia indicant l'instant  $\beta$  que ell creu que s'encendrà la bombeta. Calculeu:
  - (a) La probabilitat que l'aposta difereixi de  $X$  en menys d'una unitat.
  - (b) El millor valor de la constant  $\beta$  (a priori) si el premi és proporcional a  $e^{-|X-\beta|}$ .
3.  $X$  és una variable aleatòria contínua amb  $\Omega_X = [0, \infty)$  i  $f_X(x) = 1/(x+1)^2, x > 0$ . Definim una nova variable  $Y = g(X)$  on

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1, \\ x - 1 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

Calculeu i dibuixeu les funcions de distribució de  $X$  i de  $Y$ .

**JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!**

Puntuació: 3, 4, 3