

1. Un sistema transmet una successió de símbols binaris $x_1x_2x_3\dots$.

En la modalitat A : $P(x_1 = 1) = \frac{1}{3}$. Si $x_n = 1$, x_{n+1} pren valors 0, 1 equiprobables mentres que si $x_n = 0$, x_{n+1} val 1 amb probabilitat $\frac{3}{4}$.

En la modalitat B : Els símbols són independents amb valors 0, 1 equiprobables.

- (a) Tirem una moneda justa per elegir la modalitat. Si el segon símbol és un 0, quina és la probabilitat que estem en la modalitat B ?
 - (b) En la modalitat A , quina és la funció de probabilitat del tercer símbol?
 - (c) En la modalitat B , sigui M el nombre de uns en els 10 primers símbols, i N el nombre de uns seguits en la primera aparició del valor 1. Què valen els valors mitjans d'aquestes variables?
 - (d) En la modalitat A . Sigui $p_n = P(x_n = 1)$. Trobeu una relació entre p_n i p_{n-1} . Què val el límit quan $n \rightarrow \infty$ de p_n ?
2. Considerem una variable aleatòria contínua X amb $\Omega_X = [0, a]$ i funció de densitat $f_X(x) = K(a - x)$ per $0 < x < a$.

- (a) Calculeu la constant K , l'esperança $E[X]$, la variància $V[X]$, i els moments m_n .
- (b) Fixeu $a = 2$. Calculeu la funció de densitat de $Y = \sqrt{X}$.
- (c) Fixeu $a = 3$. Calculeu la funció de distribució de X .
- (d) També pel cas $a = 3$. Calculeu i dibuixeu la funció de distribució de $Z = g(X)$ on

$$g(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- (e) Calculeu l'esperança de la variable Z de l'anterior apartat.

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!