

1. Les portes d'un edifici s'obren amb uns dispositius que, normalment, tenen una probabilitat de fallar igual a 0,2 (és a dir, la probabilitat que al polsar-lo no s'obri la porta). A més, per un defecte en el control de qualitat, un 25% dels dispositius estan desajustats, de manera que tenen una probabilitat de fallar igual a 0,4.
 - (a) Apliquem el següent test: polsem n vegades el dispositiu i si la porta s'obre les n vegades decidim que el dispositiu és correcte (si no, no prenem cap decisió). Quant ha de valer n per tal que la probabilitat d'encertar valgui almenys 0,98?
 - (b) A l'edifici hi ha 100 portes, cadascuna amb el seu dispositiu independent. Si polsem una vegada tots els dispositius, quantes portes s'obriran en promig?
 - (c) Una porta té un dispositiu avariats pel qual la probabilitat de fallar val 0,7. Sigui N el nombre de vegades que l'hem de polsar per a que s'obri la porta. Quin tipus de variable aleatòria és N ? Què val la seva esperança, m ? Quina és la probabilitat que N sigui major que m ?
 - (d) Una porta té connectats, de manera paral·lela i independent, tres dispositius desajustats. Si els polsem els tres alhora, quina és la probabilitat que s'obri la porta?
2. La demanda mensual d'un producte és una variable aleatòria X que pren valors a $[0, \infty)$ i té funció de densitat $f_X(x) = xe^{-x}$ per $x \geq 0$.
 - (a) Calculeu l'esperança m i la desviació σ de X .
 - (b) Calculeu la funció de distribució de X , $F_X(x)$, i la probabilitat que $X > m$.
 - (c) Quants mesos a l'any podem esperar que la demanda sigui inferior a 1?
 - (d) El benefici brut Y que obtenim en funció de la demanda X és $Y = g(X)$ on:

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calculeu la funció de distribució i el valor mitjà de la variable aleatòria Y .

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!