

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

Unitat responsable: 340 - EPSEVG - Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú

Unitat que imparteix: 743 - MA IV - Departament de Matemàtica Aplicada IV

Curs: 2009

Crèdits ECTS: 6 Idiomes docència: Català, Castellà, Anglès

### Professors

Responsable: CARLES BATLLE ARNAU

### Metodologies docents

Les classes de teoria consisteixen en explicacions teòriques, descripció d'exemples i solució de problemes seleccionats, emprant diversos mitjans tradicionals i digitals.

A les classes pràctiques els estudiants han de solucionar, individualment o discutint en grup, els problemes que s'indiquin, havent-los preparat prèviament de forma autònoma. El treball es pot completar posteriorment, i les condicions de lliurament s'establiran en cada cas.

A les classes de laboratori els estudiants realitzaran càlculs i simulacions amb Matlab© i els càlculs a ma que es requereixi, de forma individual o en grup. Es pot requerir l'entrega d'un estudi previ. El treball es pot completar posteriorment de forma autònoma, i les condicions de lliurament s'establiran en cada cas.

### Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

Saber explicar el paper de les equacions diferencials en l'enginyeria i la ciència, i mostrar-ne exemples.

Trobar la solució de les equacions diferencials més simples de primer i segon ordre en el domini temporal i el domini transformat de Laplace, i emprar correctament mètodes numèrics quan calgui.

Calcular la sèrie de Fourier d'una funció periòdica en forma real i complexa, i emprar les rutines de transformada discreta amb la freqüència de mostratge correcta.

### Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 150h	Activitats dirigides:	6h	4.00%
	Aprenentatge autònom:	84h	56.00%
	Grup gran/Teoria:	36h	24.00%
	Grup mitjà/Pràctiques:	16h	10.67%
	Grup petit/Laboratori:	8h	5.33%

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

### Continguts

<p>1 - Equacions diferencials</p>	<p>Dedicació: 15h</p> <p>Grup gran/Teoria: 4h Grup mitjà/Pràctiques: 2h Aprentatge autònom: 9h</p>
<p>Descripció:</p> <p>Introducció a les equacions diferencials: què són, d'on surten, què n'és una solució, com es solucionen les més simples.</p> <p>1.1 Què és una equació diferencial ordinària (EDO). 1.2 Solució d'una EDO. 1.3 Tipus d'EDO 1.4 Problemes mecànics, elèctrics i de població. 1.5 Solució d'EDO de variables separables.</p> <p>Activitats vinculades:</p> <p>A1 = Problemes d'equacions diferencials</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de:</p> <p>Reconèixer una EDO i el tipus de la mateixa. Comprovar una solució d'una EDO. Determinar les constants arbitràries d'una solució a partir de condicions inicials. Reconèixer com a EDO problemes simples de mecànica, d'electricitat i de població. Solucionar EDO de variables separades.</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

2 - Equacions diferencials lineals	Dedicació: 28h Grup gran/Teoria: 8h Grup mitjà/Pràctiques: 4h Aprentatge autònom: 16h
<p>Descripció: Com solucionar les equacions lineals més simples, algunes propietats de les solucions i algunes aplicacions.</p> <p>2.1 EDO lineals d'ordre 1 i 2. Solució general. Propietats. 2.2 Solució general de l'equació homogènia i solució particular de la completa per a una EDO lineal d'ordre 1. 2.3 Solució general d'una EDO lineal d'ordre 2 homogènia amb coeficients constants. Estabilitat. 2.4 Solució particular d'una EDO lineal d'ordre 2 amb coeficients constants pel mètode dels coeficients indeterminats. 2.5 Anàlisi de la solució general d'una equació lineal. Règim transitori i permanent. 2.6 Càlcul de la solució estacionària emprant nombres complexos. Ressonància en energia i en amplitud. 2.7 Exemples mecànics i elèctrics.</p> <p>Activitats vinculades: A2 = Problemes d'equacions diferencials lineals</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de: Calcular la solució d'una EDO lineal de primer ordre homogènia. Calcular una solució particular d'una EDO lineal de primer ordre. Calcular la solució general d'una EDO lineal de primer ordre i la solució particular associada a unes condicions inicials. Calcular la solució d'una EDO lineal de segon ordre homogènia amb coeficients constants, i esbrinar-ne l'estabilitat. Calcular una solució particular d'una EDO lineal de segon ordre amb coeficients constants per a certs tipus de termes forçats, emprant el mètode dels coeficients indeterminats. Calcular la solució general d'una EDO lineal de segon ordre amb coeficients constants i la solució particular associada a unes condicions inicials, i distingir el règim estacionari del transitori, quan existeixin. Calcular la solució estacionària d'una EDO lineal amb coeficients constants i terme forçat sinusoidal emprant nombres complexos, i identificar-ne les freqüències de ressonància.</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

<p>3 - Transformada de Laplace</p>	<p>Dedicació: 28h Grup gran/Teoria: 8h Grup mitjà/Pràctiques: 4h Aprentatge autònom: 16h</p>
<p>Descripció: Definició i principals propietats de la transformada de Laplace, i com emprar-la per solucionar equacions diferencials lineals amb coeficients constants.</p> <p>3.1 Transformada de Laplace d'una funció admissible. Exemples senzills. 3.2 Propietats bàsiques de la transformada de Laplace. 3.3 Propietats de la transformada de Laplace respecte a la derivació. 3.4 Taula de transformades de Laplace. Transformada inversa. 3.5 Aplicació al càlcul de la solució d'una EDO lineal amb coeficients constants. 3.6 Solució d'EDO amb entrades discontinües. La funció de Heaviside.</p> <p>Activitats vinculades: A3 = Problemes de transformada de Laplace</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de: Calcular la transformada de Laplace en casos senzills directament a partir de la definició. Calcular transformades de Laplace a partir de casos coneguts emprant les propietats de la transformada. Calcular transformades inverses emprant les propietats i la descomposició en fraccions simples. Calcular la solució d'EDO lineals amb coeficients constants emprant la transformada de Laplace. Expressar una funció definida a trossos emprant la funció de Heaviside. Calcular la solució d'EDO lineals amb coeficients constants i entrades definides a trossos.</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

<p>4 - Sistemes lineals</p>	<p>Dedicació: 15h Grup gran/Teoria: 4h Grup mitjà/Pràctiques: 2h Aprentatge autònom: 9h</p>
<p>Descripció: Com solucionar sistemes d'equacions diferencials lineals de primer ordre, emprant la transformada de Laplace, i com expressar el problema en el llenguatge de la teoria de sistemes.</p> <p>4.1 Sistemes d'EDO lineals de primer ordre amb coeficients constants. 4.2 Solució mitjançant transformada de Laplace. 4.3 Forma canònica d'un sistema lineal d'entrada/sortida. 4.3 Funció de transferència.</p> <p>Activitats vinculades: A4 = Problemes de sistemes lineals</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de: Calcular la solució d'un sistema d'EDO de primer ordre amb coeficients constants mitjançant transformada de Laplace. Calcular la funció de transferència d'un sistema lineal d'entrada/sortida amb coeficients constants.</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

<p>5 - Mètodes numèrics per a equacions diferencials</p>	<p>Dedicació: 20h Grup gran/Teoria: 4h Grup petit/Laboratori: 4h Aprentatge autònom: 12h</p>
<p>Descripció: Com escriure una equació diferencial de manera que es pugui resoldre numèricament, els mètodes més importants i els possibles problemes.</p> <p>5.1 Necessitat de mètodes numèrics per a les EDO. Errors d'arrodoniment i de truncament. 5.2 El mètode d'Euler i el mètode d'Euler implícit. 5.3 Altres mètodes. 5.4 Rutines de Matlab®.</p> <p>Activitats vinculades: A6 = Pràctica de mètodes numèrics</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de: Utilitzar les eines i comandes més bàsiques de Matlab. Explicar l'existència de diferents mètodes numèrics per a EDO, i els possibles error en la seva aplicació. Convertir una EDO qualsevol en un sistema apte per al tractament numèric. Utilitzar els drivers de Matlab per a la solució numèrica d'EDO.</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

<p>6 - Anàlisi de Fourier</p>	<p>Dedicació: 38h</p> <p>Grup gran/Teoria: 8h Grup mitjà/Pràctiques: 4h Grup petit/Laboratori: 4h Aprentatge autònom: 22h</p>
<p>Descripció:</p> <p>Com calcular la sèrie de Fourier d'una funció, i com fer-ho numèricament emprant la transformada discreta de Fourier.</p> <p>6.1 Resposta d'un sistema lineal amb coeficients constants a un senyal sinusoidal (en forma complexa). Relació amb la funció de transferència. Superposició.</p> <p>6.2 Senyals periòdics. Sèrie de Fourier en forma real i complexa.</p> <p>6.3 Contingut harmònic dels senyals periòdics. Senyals de banda limitada.</p> <p>6.4 Comentaris sobre la convergència. El fenomen de Gibbs.</p> <p>6.5 Mostatge de senyals periòdics. La transformada ràpida de Fourier (FFT).</p> <p>Activitats vinculades:</p> <p>A7 = Problemes d'anàlisi de Fourier A8 = Pràctica d'anàlisi de Fourier</p> <p>L'estudiant ha de ser capaç de:</p> <p>Calcular el període d'un senyal donat, i reconèixer si és o no de banda limitada.</p> <p>Calcular el terme general de la sèrie de Fourier de funcions periòdiques senzilles, en forma real i complexa, i formar i simplificar la sèrie.</p> <p>Reconèixer el pes relatiu dels diferents harmònics en un senyal periòdic, i l'efecte de les discontinuïtats de salt.</p> <p>Utilitzar una freqüència de mostreig suficient per a l'obtenció de la FFT.</p> <p>Emprar les funcions bàsiques de Matlab relacionades amb l'anàlisi de Fourier.</p>	

<p>Proves presencials individuals</p>	<p>Dedicació: 6h</p> <p>Activitats dirigides: 6h</p>
<p>Descripció:</p> <p>Proves presencials individuals, on l'estudiant haurà de solucionar, per escrit, un cert nombre de problemes.</p> <p>Activitats vinculades:</p> <p>A5 = Prova parcial dels continguts 1, 2, 3 i 4 A9 = Prova final</p>	

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

### Sistema de qualificació

AP={A1,A2,A3,A4,A7}

La qualificació de les AP es renormalitza amb un factor FR que depèn de la qualificació de les proves presencials individuals, i que es calcula segons

$FR = 0.5 + 0.1 \text{ màxim de } \{A5, A9\}$ .

La qualificació final s'obtindrà del màxim de

1. 40% de la qualificació renormalitzada de les AP amb el mateix pes, 20% de la qualificació de A6 i A8 amb el mateix pes, 40% de la qualificació de l'A5.
2. 10% de la qualificació renormalitzada de les AP amb el mateix pes, 20% de la qualificació de A6 i A8 amb el mateix pes, 70% de la qualificació de l'A9.

A6 i A8 són obligatòries en qualsevol cas.

### Normes de realització de les activitats

APL={A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8}

Les APL són en part presencials i en part no presencials, i s'han de lliurar individualment segons s'estableixi.

Per a les APL s'admet la discussió en grup, però cada estudiant ha de presentar el resultat del seu esforç. El professor pot demanar a l'estudiant que expliqui els resultats lliurats, i això pot afectar la qualificació.

La qualificació definitiva de les AP depèn del resultat de les proves escrites presencials; aquest és un mecanisme indirecte de verificació de l'autoria del treball de l'estudiant en la part no presencial d'aquestes activitats.

La no realització satisfactòria de A6 o A8 pot suposar la qualificació final de suspens.

Les condicions de realització de les proves presencials individuals per escrit (A5 i A9) s'anunciaran en cada cas amb temps suficient.

### Capacitats prèvies

Conèixer les eines bàsiques del càlcul diferencial i integral d'una variable real per a l'estudi de funcions i les seves aplicacions.

Saber operar amb nombres complexos

Comprendre la factorització dels polinomis amb coeficients reals o complexos.

Dominar les eines bàsiques de l'àlgebra lineal.

### Requisits

Fonaments Matemàtics

## 340025 - EQDI-F2O43 - EQUACIONS DIFERENCIALS

### Bibliografia

#### Bàsica:

Batlle, C., Massana, I., Zaragozá, M.. Àlgebra i Equacions Diferencials. Barcelona: Edicions UPC, 2000. ISBN 84-8301-405-X.

#### Complementària:

Antonijuan, J., Batlle, C., Boza, S., Prat, J.d'A. Matemàtiques de la Telecomunicació. Barcelona: Edicions UPC, 2001. ISBN 84-8301-575-7.

Lebl, J.. Notes on Diffy Qs: Differential Equations for Engineers [en línia]. Llicència Creative Commons, 2009 Disponible a: <<http://www.lulu.com/content/paperback-book/notes-on-diffy-qs-differential-equations-for-engineers/6378735>>.

Logan, J.D.. A first course in differential equations. Springer, 2006. ISBN 978-0387-25964-2.

Terrell, R.E.. Notes on differential equations [en línia]. Cornell University: autor, 2009 Disponible a: <<http://www.math.cornell.edu/~bterrell/dn.pdf>>.

Weiss, T.F.. Introduction to Matlab - Fall 1999 [en línia]. MIT: autor, 1999 Disponible a: <<http://www.science.smith.edu/~jcardell/Courses/EGR301/MIT6.003matlab.pdf>>.